# 01 *Lógica proposicional: linguagem*

# Temas da série

O objetivo da série é fazer um introdução ao estudo da lógica clássica e os seus principais resultados metamatemáticos.

## Temas Gerais

- Lógica proposicional
- Lógica de primeira ordem
  - Sintática e semântica, formalização
- Metamatemática
  - Consistência, independência, correção e completude.

# Lógica Proposicional (LP)

- Trata de proposições
  - Sentenças declarativas
  - Ex.: Brasília é a capital do Brasil.

- Podemos associar um *valor-verdade* (V ou F) às proposições em virtude apenas de sua forma, e não do conteúdo.

- Novas proposições podem ser criadas por meio dos conectivos lógicos.

# Linguagem

Uma linguagem é basicamente um conjunto de símbolos (visuais, sonoros), que apresentam diferentes significados dependendo da forma como são dispostos.

Uma linguagem possui 2+1 dimensões:

- Sintática: conjunto de símbolos, regras de formação de palavras e frases.
- Semântica: forma como a parte sintática adquire significado.
- Sistema de axiomas e regras de inferência.

## Linguagem e metalinguagem

Se a linguagem da lógica é ela mesma uma linguagem, que linguagem utilizaremos para construir essa linguagem lógica?

Resposta: Linguagem natural, digamos, controlada.

Trabalharemos com a lógica em dois níveis de linguagem:

- Um nível é quando estamos provando teoremas e estabelecendo definições
- Outro nível é quando falamos sobre a própria lógica.

A linguagem que utilizamos para falar sobre a própria linguagem da lógica é chamada de *metalinguagem*.

# Linguagem da lógica proposicional

Alfabeto de uma linguagem: Conjunto de símbolos.

Alfabeto da LP:

- Variáveis proposicionais (fórmulas atômicas): $p, q, r, p_1, p_2, \ldots$
- Conectivos lógicos:
  - $\neg$ (negação). Ex.: $\neg p$ (não $p$)
  - & (conjunção). Ex.: $p \;\&\; q$ ($p$ e $q$)
  - $\vee$ (disjunção). Ex.: $p \vee q$ ($p$ ou $q$)
  - $\rightarrow$ (condicional). Ex.: $p \rightarrow q$ (Se $p$ então $q$)
  - $\leftrightarrow$ (bicondicional). Ex.: $p \leftrightarrow q$ ($p$ se e somente se $q$)
- Delimitadores (símbolos auxiliares): parênteses

# Linguagem da lógica proposicional

Gramática: regras de formação de expressões (sequências de símbolos) com significado – fórmulas bem formadas (ou simplesmente *fórmulas*).

## Regras de formação de fórmulas

METAVARIÁVEIS

1. Variáveis proposicionais são fórmulas.
2. Se $A$ e $B$ são fórmulas, então $(\neg A)$, $(A \,\&\, B)$, $(A \vee B)$, $(A \rightarrow B)$ e $(A \leftrightarrow B)$ também são fórmulas
3. Todas as fórmulas são obtidas por meio das regras 1 e 2.

# Linguagem da lógica proposicional

Gramática: regras de formação de expressões (sequências de símbolos) com significado – fórmulas bem formadas (ou simplesmente *fórmulas*).

## Regras de formação de fórmulas

Exemplo: $((\neg p) \leftrightarrow (p \,\&\, q))$

- $p, q$ ---------------- regra 1
- $(\neg p), (p \,\&\, q)$ --------- regra 2
- $\big((\neg p) \leftrightarrow (p \,\&\, q)\big)$ ----- regra 2

Todas as fórmulas podem ser construídas passo a passo utilizando-se as regras 1 e 2.

# Omissão de parênteses

A utilização de parênteses é importante para evitarmos ambiguidades na linguagem.

No entanto, podemos estabelecer algumas regras informais de simplificação.

Exemplo: $((\neg p) \leftrightarrow (p \,\&\, q))$ pode ser simplificada para $(\neg p) \leftrightarrow (p \,\&\, q)$.

# 01 *Lógica proposicional: linguagem*■

numeroimaginario.com.br
vinicius@numeroimaginario.com.br